

➤ **Suite arithmétique – Suite géométrique :**

|                                        | Suite arithmétique de raison $r$                                     | Suite géométrique de raison $q$                                             |
|----------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| Définition                             | $u_{n+1} = u_n + r$                                                  | $u_{n+1} = q \times u_n$                                                    |
| Terme général                          | $u_n = u_p + (n - p)r$                                               | $u_n = u_p \times q^{n-p}$                                                  |
| Somme de termes consécutifs            | $u_p + \dots + u_n = (n - p + 1) \left( \frac{u_p + u_n}{2} \right)$ | $u_p + \dots + u_n = u_p \times \left( \frac{q^{n-p+1} - 1}{q - 1} \right)$ |
| $a, b$ et $c$ trois termes consécutifs | $2b = a + c$                                                         | $b^2 = a \times c$                                                          |

➤ **Suite majorée, minorée, bornée :**

Soit  $(u_n)_{n \in I}$  une suite numérique

- $(u_n)_{n \in I}$  est **majorée** par un nombre réel  $M \Leftrightarrow \forall n \in I \quad u_n \leq M$
- $(u_n)_{n \in I}$  est **minorée** par un nombre réel  $m \Leftrightarrow \forall n \in I \quad u_n \geq m$
- $(u_n)_{n \in I}$  est **bornée** si  $(u_n)_{n \in I}$  est majorée et minorée

➤ **Monotonie d'une suite :**

Soit  $(u_n)_{n \in I}$  une suite numérique

- $(u_n)_{n \in I}$  est **croissante**  $\Leftrightarrow \forall n \in I \quad u_{n+1} \geq u_n$
- $(u_n)_{n \in I}$  est **décroissante**  $\Leftrightarrow \forall n \in I \quad u_{n+1} \leq u_n$
- $(u_n)_{n \in I}$  est **constante**  $\Leftrightarrow \forall n \in I \quad u_{n+1} = u_n$

➤ **Limite de la suite  $(n^\alpha)$  avec  $\alpha \in \mathbb{Q}^*$  :**

| $\alpha < 0$                                | $\alpha > 0$                                      |
|---------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = 0$ | $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^\alpha = +\infty$ |

➤ **Limite de la suite**  $(q^n)$  **avec**  $q \in \mathbb{R}$  :

| $q \leq -1$                            | $-1 < q < 1$                           | $q = 1$                                | $q > 1$                                      |
|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------------|
| la suite $(q^n)$ n'admet pas de limite | $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$ | $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 1$ | $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$ |

➤ **Critère de convergence d'une suite :**

- Toute suite croissante et majorée est convergente
- Toute suite décroissante et minorée est convergente

$$\left\{ \begin{array}{l} |u_n - \ell| \leq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = \ell \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} w_n = \ell \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \ell$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$$

➤ **Suite de type**  $v_n = f(u_n)$  :

Si  $(u_n)_{n \in I}$  une suite convergente de limite  $\ell$  et si  $f$  une fonction continue en  $\ell$   
alors la suite  $(v_n)$  définie par:  $v_n = f(u_n)$  est convergente de limite  $f(\ell)$

➤ **Suite de type**  $u_{n+1} = f(u_n)$  :

Soit  $(u_n)$  une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \quad n \in \mathbb{N} \quad \text{où } f \text{ une fonction}$$

Si :

- $f$  une  $f$  continue sur un intervalle  $I$
- $f(I) \subset I$
- $a \in I$
- $(u_n)$  une convergente

alors : la limite  $\ell$  de la suite  $(u_n)_{n \in I}$  est solution de l'équation :  $f(x) = x$